



---

REPUBLIKA E SHQIPËRISË  
MINISTRIA E ARSIMIT  
SPORTIT DHE RINISË  
INSTITUTI I ZHVILLIMIT TË ARSIMIT

**KURRIKULA NË BAZË SHKOLLE NË ARSIMIN E MESËM TË  
LARTË, KLASA 12**

**MODULI:  
ALGJEBËR DHE KOMBINATORIKË E PËRPARUAR**

## I. HYRJE

Matematika është një nga shtatë fushat e kurrikulës së arsimit të mesëm të lartë dhe përmban vetëm lëndën e matematikës. Matematika, duke qenë e rëndësishme **për të kuptuar shkencat, inxhinierinë, ekonominë, teknologjinë**, ndikon dukshëm edhe në zhvillimin e ardhshëm të vendit. Nëpërmjet zgjidhjes së problemave, zbulimit të ligjësi, modeleve matematike në botën që na rrethon, matematika kthehet edhe në burim kënaqësie për këdo që merret me të. Roli i matematikës në arsim pasqyron natyrën e dyanshme të saj: praktike dhe teorike, të lidhura ngushtë me njëra-tjetrën.

Në klasën e 12 lënda e matematikës është lëndë e detyruar dhe organizohet në matematikë bërthamë, e cila konceptohet mbi bazën e kuptimeve dhe shprehive *themelore* për përgatitjen e nxënësve, ndërsa matematika e avancuar përgatit nxënësit për studime *të mëtjeshme të avancuara*. Matematika, **përveç si lëndë shkollore** mund të ofrohet edhe si **modul kurrikular** për të gjithë nxënësit e apasionuar në matematikë *për të zgjeruar* më tej njohuritë e tyre në algjebër apo në elemente kombinatorikë të paplotësuar me kurrikulën e lëndës matematikë bërthamë apo matematikë e avancuar. Këtij qëllimi i shërben edhe moduli i mëposhtëm. Ky modul rekomandohet të zhvillohet në *kurrikulën me zgjedhje ose në kurrikulën me bazë shkolle* si një mundësi zgjedhje për nxënësit e klasës 12 *për të plotësuar më së miri nevojat dhe interesat e nxënësve*.

**Njohuritë dhe aftësitë e planifikuara në këtë modul nuk do të përfshihen në programin orientues dhe testin e Maturës Shtetërore në lëndën e matematikës.**

Bazuar në burimet e të nxënit, mësuesi planifikon ecurinë e zbatimit të këtij moduli sipas përzgjedhjes së rezultateve të të nxënit në tematikat përkatëse.

Elementet bazë të strukturës së modulit janë:

- **Titulli i modulit**
- **Përmbajtja e modulit** tregon fushën ku janë fokusuar veprimtaritë e nxënësve gjatë trajtimit të modulit.
- **Kohëzgjatja e modulit** tregon se në sa orë mësimore do të trajtohen veprimtaritë mësimore të të gjitha rezultateve të të nxënit.
- **Tabelat për secilën tematikë** të cilat përmbajnë rezultatet e të nxënit dhe konceptet kryesore të tematikës.
- **Kushtet e domosdoshme për realizimin e modulit** përmbajnë disa rekomandime të përgjithshme për organizimin, zbatimin e modulit, burimet e të nxënit dhe të mjeteve mësimore, të cilat janë të domosdoshme për zhvillimin e modulit.

## II. MODULI: ALGJEBËR DHE KOMBINATORIKË E PËRPARUAR

**II.1 Përmbajtja e modulit:** Nëpërmjet këtij moduli nxënësi do të zgjerojë njohuritë e tij që lidhen me kuptimin intuitiv të limitit të funksionit, limitin e polinomit, format e pacaktuara apo rregullat e kalimit në limit. Gjithashtu do të trajtohen matricat, veprimet me matricat, llogaritja e përcaktorit apo edhe formulat e Kramerit. Moduli do të ketë edhe zgjerim të njohurive për elemente kombinatorike siç janë dispozicionet, përkëmbimet dhe kombinacionet.

**II.2 Kohëzgjatja e modulit:** Moduli “Algjebër dhe Kombinatorikë e përparuar” zhvillohet me 1 orë në javë dhe gjithsej në 34 orë mësimore vjetore. Moduli specifikon **me afërsi peshën** (orët e sugjeruara) për secilën tematikë. Shuma e orëve sugjeruese për secilën tematikë është e barabartë me sasinë e orëve vjetore. Megjithëse njohuritë përcaktohen për secilën tematikë, ato trajtohen të integruara dhe të lidhura me njëra – tjetrën. Sasia e orëve mësimore për secilën tematikë është rekomanduese. Përdoruesit e modulit duhet të respektojnë sasinë e orëve vjetore të modulit, ndërsa janë të lirë të ndryshojnë me 10% - 15% (shitesë ose pakësim) orët e rekomanduara për secilën tematikë.

Tabela 1: Orë të sugjeruara për çdo tematikë

	Algjebër		Kombinatorikë	Gjithsej orë
	Limiti	Matrica		
<b>Klasa e dymbëdhjetë</b>	13	13	8	<b>34 orë</b>

## Tematika: Algebra dhe funksioni

### Përshkrimi i tematikës

Nxënësi përdor njohuri për limitin, kuptimin intuitive, format e pacaktuara, rregullat e kalimit në limit. Nxënësi studion matricat, veprimet me matricat apo përcaktorët e matricave.

### Rezultatet e të nxënit për kompetencat e matematikës

#### Zgjidhja problemore

Nxënësi: zbaton simbolet matematikore për të përshkruar situata praktike, duke përfshirë edhe limitin e funksionit apo matricat.

#### Arsyetimi dhe vërtetimi matematik

Nxënësi përdor logjikën, arsyetimin për të gjetur dhe gjykuar zgjidhjen e një problemi matematik; gjykon në vërtetësinë e një rezultati të dhënë, i cili mund të jetë gjetur me llogaritje, me zbatimin e formulave të njohura ose me përdorimin e teknologjisë; përdor kundërshebullin për të kundërshtuar një pohim ose fjali të jetës së përditshme.

#### Të menduarit dhe komunikimi matematik

Nxënësi shkëmben informacion nga formula, tabela dhe jep informacion me to.

#### Lidhja konceptuale

Nxënësi demonstron lidhjen ndërmjet koncepteve të algjebrës.

#### Modelimi matematik

Nxënësi krijon modele që përmbajnë konceptet kyçe për limitin dhe matricave.

#### Përdorimi i teknologjisë në matematikë

Nxënësi përdor teknologjinë për të analizuar, komunikuar dhe zbuluar informacion matematik rreth limitit dhe matricave.

### Njohuritë për realizimin e kompetencave të fushës/lëndës

- **Limiti i funksionit**
- Kuptimi intuitiv i limitit.
- Limiti i funksionit në një pikë (e fundme ose e pafundme).
- Limiti i pafundmë dhe asimptota vertikale.
- Asimptota horizontale.
- Limiti i shumës dhe ndryshesës së dy funksioneve (pa vërtetim).
- Limiti i prodhimit të dy funksioneve, limiti i herësit (pa vërtetim).
- Format e pacaktuara:  $0/0$ ,  $\infty / \infty$

### Shkathësitë për realizimin e kompetencave të fushës/lëndës

#### Limiti i funksionit

Nxënësi:

- zotëron një kuptim intuitiv të limitit të funksionit nëpërmjet interpretimit gjeometrik dhe me tabelë:  $(\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty ;$
- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = a ; \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = a$
- gjen limitin e formave të pacaktuara (raste të thjeshta);
- gjen limitin (pa vërtetim) e polinomit dhe të funksionit racional në një pikë të bashkësisë së tij të përcaktimit dhe kur  $x \rightarrow \pm\infty$ ;
- zbaton rregullat (të pranuar pa vërtetim) e kalimit në limit në raste të thjeshta (limiti i shumës, prodhimit, herësit të dy

, $0.\infty$  ,  $\infty - \infty$

- Limitet e njëanshme.
- Vazhdueshmëria e funksioneve elementare (funksioni konstant, funksioni fuqi, funksioni eksponencial, funksioni logaritmik, funksionet trigonometrike).
- Rregulla e L'Hopital-it.

### **Vektorët dhe Matrica**

- Kuptimi për matricën (katrore dhe drejtkëndëshe deri në rendin e tretw).
- Veprimet me matricat.
- Shumëzimi i një matrice me një numër.
- Shumëzimi i dy matricave të rendit të dytë (raste të thjeshta).
- Përcaktori.
- Përcaktori i rendit të dytë dhe të tretë.
- Vetitë e përcaktorëve.
- Sistem i ekuacioneve të fuqisë së parë me dy – tre të panjohura.
- Metoda e Kramerit.
- Prodhimi numerik i vektorëve në hapësirë.
- Vektorët pingulë ose bashkëvijorë.
- Ekuacioni kanonik i drejtëzës në hapësirë.

funksioneve që kanë limit).

- demonstroi kuptimin e limiteve të njëanshme;
- studion vazhdueshmërinë (pa vërtetim) të funksioneve elementare (funksioni konstant, funksioni fuqi, funksioni eksponencial, funksioni logaritmik, funksionet trigonometrike);
- zbaton rregullën e L'Hopital-it për njehsimin e limiteve të formave të pacaktuara.

### **Vektorët dhe Matrica**

Nxënësi:

- përdor në zbatime të thjeshta, kuptimin e matricës katrore dhe drejtkëndëshe (deri në 3 përmasa);
- kryen veprime me matricat: mbledhje, shumëzim i matricës me një numër, shumëzim i dy matricave të rendit të dytë;
- llogarit përcaktorin e rendit të dytë dhe të tretë me mënyra të ndryshme;
- paraqet në formën e ekuacionit matricor një sistem me 2 ose 3 ekuacione lineare përkatësisht me 2 ose 3 të panjohura;
- zbaton formulat e Kramerit për të zgjidhur një sistem ekuacionesh lineare të thjeshtë;
- të gjejë prodhimin numerik të vektorëve në hapësirë;
- të dallojë nëse dy vektorë janë pingulë ose bashkëvijorë;
- shkruan ekuacionin kanonik të drejtëzës në hapësirë.

### **Zbatime të matematikës**

Nxënësi:

- përdor burime të ndryshme informacioni në funksion të zgjidhjes së një situatë të nxëni apo kryerjes së një projekti kurrikular;
- njeh disa elemente nga historiku i matematikës që lidhen me përmbajtjen dhe i përdor për projekte kurrikulare;
- modelon matematikisht dhe zgjidh situata problemore jo të ndërlikuara, me ndihmën ose jo të teknologjisë, të simuluar nga jeta reale dhe me shembuj nga shkencat e tjera (duke përdorur konceptet dhe shprehjet e kësaj tematike për limitin dhe matricat).

### **Qëndrime dhe vlera**

Nxënësi:

- paraqet dhe komunikon lirshëm mendimet e tij;

- është inovativ dhe prezanton idetë e reja të tij;
- demonstron kërshëri dhe kuriozitet për algjebren;
- organizon lidhjen konceptuale të njohurive;
- përdor imagjinatën dhe kreativitetin për zgjidhjen e problemeve;
- vetëvlerësohet, përdor mendimin kritik dhe kritikën konstruktive në situata të thjeshta;
- demonstron pavarësi në mendime dhe veprime;
- demonstron besim në forcat vetjake;
- respekton punën e kryer mirë dhe pranimin e opinionëve të tjera (madje edhe të kundërta) duke treguar tolerancë;

## Tematika: Kombinatorikë

### Përshkrimi i tematikës

Nxënësi në botën e sotme të mbushur me informacion, lexon, kupton dhe interpreton informacionin, në mënyrë që të marrë vendimet e duhura. Në këtë tematikë përfshihen elemente të kombinatorikës, përkëmbimet, dispozicionet dhe kombinacionet.

### Rezultatet e të nxënit për kompetencat e fushës

#### Zgjidhja problemore

Nxënësi: analizon vrojtime dhe interpreton tabela dhe diagrame të gatshme; krijon tabela dhe diagrame që shprehin zgjidhjen e një situatë problemore.

#### Arsyetimi dhe vërtetimi matematik

Nxënësi zbaton rregullat bazë të statistikës dhe probabilitetit.

#### Të menduarit dhe komunikimi matematik

Nxënësi shkëmben informacion nga formula, grafikë, tabela, diagrame.

#### Lidhja konceptuale

Nxënësi bën lidhjen ndërmjet koncepteve e procedurave statistikore.

#### Modelimi matematik

Nxënësi përdor formulat, grafikët, tabelat për përshkrimin dhe zgjidhjen e problemeve të ndryshme në matematikë, në fushat e tjera dhe në jetën e përditshme.

#### Përdorimi i teknologjisë në matematikë

Nxënësi: përdor pajisjet e inputit, outputit, si: usb, cd, dvd, tastier, printer; përdor programet Word, Excel për të shkruar tekste, figura, tabela, grafikë.

### Njohuritë për realizimin e kompetencave të fushës/lëndës

#### Elemente të njehsimit kombinator

- Parimi i mbledhjes dhe parimi i shumëzimit.

### Shkathësitë për realizimin e kompetencave të fushës/lëndës

#### Elemente të njehsimit kombinator

Nxënësi:

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Përkëmbimet; dispozicionet, kombinacionet.</li> <li>- Përdorimi i njohurive kombinatorike në gjetjen e probabilitetit.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- përdor parimet e numërimit: mbledhja dhe shumëzimi;</li> <li>- përdor <i>pemën</i> si metodë për të ilustruar parimin e shumëzimit dhe të mbledhjes;</li> <li>- llogarit numrin e dispozicioneve (përfshirë përkëmbimet) me k-elemente nga bashkësia me n- elemente;</li> <li>- llogarit numrin e kombinacioneve me k- elemente nga bashkësia me n-elemente.</li> <li>- përdor vetitë e koeficientëve binominale <math>C_n^k</math> me <math>C_n^{n-k}</math> në raste të thjeshta.</li> </ul>
--	---

### Qëndrime dhe vlera

Nxënësi:

- është inovativ dhe prezanton idetë e reja të tij;
- demonstron kërkshëri dhe kuriozitet për përdorimin e statistikës në analizën e dukurive nga jeta reale;
- demonstron shpirtin e objektivitetit dhe të paanësisë;
- demonstron pavarësi në mendime dhe veprime;
- demonstron besim në forcat vetjake;
- beson në përdorimin e teknologjisë për përpunimin e informacionit;
- respekton punën e kryer mirë dhe pranimin e opinioneve të tjera (madje edhe të kundërta) duke treguar tolerancë;
- demonstron vullnet në arritjen e rezultateve;
- respekton përpjekjet personale dhe ato në grup.

### III. KUSHTET E DOMOSDOSHME PËR REALIZIMIN E MODULIT

Për realizimin e modulit, mësuesit duhet të përdorin, sa më shumë të jetë e mundur, diskutimet, debatet, punën në grupe, veprimtaritë konkrete, projektet, konkurset. Kjo formë mësimdhënieje i ndihmon nxënësit t'i përshtatin lehtësisht njohuritë në praktikë.

Realizimi i mësimin **ka rëndësi parësore** për arritjen e rezultateve të parashikuara të të nxënit. Për këtë sugjerohet që mësuesi të planifikojë mësimin, duke mbajtur parasysh rezultatet e të nxënit të parashikuara në programin e modulit, si dhe të trajtojë termat dhe konceptet kryesore duke i vënë theksin te zbatimi në praktikë i tyre. Mësuesi përdor materiale të ndryshme (shënime, fotokopje, literaturë ndihmëse etj.) për arritjen e rezultateve të të nxënit të këtij moduli.

Mësuesi për realizimin e modulit duhet të pozicionohet më tepër në rolin e moderatorit, se sa të mësuesit tradicional. Nëse moduli **zgjidhet nga nxënëit për t'u zhvilluar në kurrikulën me zgjedhje**, vlerësimi kryhet me të njëjtat procedura si lëndët e tjera. Vlerësimi i përmbajtjes lidhet me zotërimin e njohurive dhe demonstrimin e aftësive matematikore nëpërmjet treguesve të besueshëm për progresin e tyre (*p.sh., vetëvlerësimi, intervistë me një listë treguesish, vëzhgim me një listë të plotë treguesish, portofol, prezantim me gojë ose me shkrim, projekt kurrikular, test përmbledhës etj.*). Nëse **moduli zgjidhet nga nxënësit për t'u zhvilluar në kurrikulën në bazë shkolle** vlerësimi bazohet vetëm te shlyerja e modulit. (pra është pa notë).